

**Bài tập 1:** Xác định tiệm cận ngang của đồ thị hàm số cho bởi công thức sau:

a)  $y = f(x) = \frac{3x-2}{x+1}$

b)  $y = f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$

**Lời giải**

a) Ta có:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-2}{x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3-\frac{2}{x}}{1+\frac{1}{x}} = 3$ . Tương tự,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$ .

Vậy đồ thị hàm số  $f(x)$  có tiệm cận ngang là đường thẳng  $y = 3$ .

b) Ta có:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x^2+1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{1+\frac{1}{x^2}} = 1$ ;

•  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( -\sqrt{\frac{x^2+1}{x^2}} \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( -\sqrt{1+\frac{1}{x^2}} \right) = -1$ .

Vậy đồ thị hàm số  $f(x)$  có hai tiệm cận ngang là  $y = 1$  và  $y = -1$ .

**Bài tập 2:** Xác định tiệm cận ngang của đồ thị hàm số cho bởi công thức sau:

a)  $y = f(x) = \frac{3-x}{x+2}$ .

b)  $y = f(x) = \frac{x^2+2}{x}$

**Lời giải**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3-x}{x+2} = +\infty$ . Tương tự,  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$ .

Vậy đồ thị hàm số  $f(x)$  có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = -2$ .

b) Ta có:  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2+2}{x} = +\infty$ . Tương tự,  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$ .

Vậy đồ thị hàm số  $f(x)$  có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = 0$ .

**Bài tập 3:** Xác định tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số cho bởi công thức sau:

a)  $y = \frac{2x-1}{x+1}$

b)  $y = \frac{2x-3}{1-2x}$

c)  $y = \frac{x^2-5x+4}{x^2-1}$

d)  $y = \frac{2x-1}{x^2-3x+2}$

**Lời giải**

a) Xét  $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x-1}{x+1} = -\infty$  (hoặc  $\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x-1}{x+1} = -\infty$ ) nên đường thẳng  $x = -1$  là tiệm cận đứng.

Xét  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x-1}{x+1} = 2$  nên đường thẳng  $y = 2$  là tiệm cận ngang

b) Ta có:  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x-3}{1-2x} = -1$  suy ra  $y = -1$  là tiệm cận ngang

Xét  $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{2x-3}{1-2x} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^-} \frac{2x-3}{1-2x} = -\infty \end{cases}$  suy ra  $x = \frac{1}{2}$  là tiệm cận đứng

c) Điều kiện xác định  $x \neq \pm 1$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1} = 1 \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1} = +\infty \text{ nên hàm số có tiệm cận ngang là } y = 1 \text{ và một tiệm cận đứng } x = -1 \\ \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 1} = -\frac{3}{2} \end{array} \right.$$

d) Tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$

- $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x - 1}{x^2 - 3x + 2} = 0$  suy ra  $y = 0$  là tiệm cận ngang
- $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x - 1}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x - 1}{(x - 1)(x - 2)} = +\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = -\infty$  nên  $x = 1$  là đường TCD
- $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x - 1}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x - 1}{(x - 1)(x - 2)} = -\infty$  và  $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = +\infty$  nên  $x = 2$  là đường TCD