BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Tìm tham số m để đồ thị hàm số

a) $y=\dfrac{4x+1}{mx-1}$ không có tiệm cận đứng

b) $y=\dfrac{x^2+x-2}{x^2-2x+m}$ có hai tiệm cận đứng

c) $y=\dfrac{3x-1}{x-m}$ có đường tiệm cận đứng là $x=5$

d) $y=\dfrac{(m+1)x-5m}{2x-m}$ có TCN là $y=1$

e) $y=\dfrac{x+3}{x^2-2mx+9}$ có đúng hai đường tiệm cận gồm một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang

f) $y=\dfrac{x-1}{x^2-(2m+1)x+m^2-3}$ có đúng hai đường tiệm cận gồm một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang

Lời giải

a) Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng khi $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}m\neq 0\\4.(-1)-1.m=0\end{cases}\\m=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-4\\m=0\end{array}\right.$.

b) Để đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng thì phương trình $x^2-2x+m=0$ có hai nghiệm phân biệt khác nghiệm của phương trình $x^2+x-2=0$.

Hay phương trình $f(x)=x^2-2x+m=0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1 và -2.

Khi đó ta có $\begin{cases}\Delta'>0\\f(1)\neq 0\\f(-2)\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1-m>0\\m-1\neq 0\\8+m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<1\\m\neq 1\\m\neq -8\end{cases}\Leftrightarrow -8\neq m<1$.

c) Điều kiện để đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $-3m+1\neq 0\Leftrightarrow m\neq\dfrac{1}{3}$

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=m$

Theo yêu cầu bài toán suy ra $m=5$ (thoả mãn)

d) Điều kiện để đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $-m(m+1)+10m\neq 0$

Tiệm cận ngang là $y=\dfrac{a}{c}=\dfrac{m+1}{2}$ theo đề bài $\dfrac{m+1}{2}=1\Leftrightarrow m=1$ (thoả mãn)

e) Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{\dfrac{1}{x}+\dfrac{3}{x^2}}{1-\dfrac{2m}{x}+\dfrac{9}{x^2}}=0$ nên đồ thị hàm số đã cho luôn có một tiệm cận ngang là $y=0$

. Do đó đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận thì đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận đứng.

Phương trình $f(x)=x^2-2mx+9=0$ có nghiệm kép hoặc có hai nghiệm phân biệt trong đó có một

nghiệm bằng $-3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\Delta' = m^2-9=0\\ \begin{cases}\Delta' = m^2-9>0\\ f(-3)=0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=3\\ m=-3\\ \begin{cases} m^2-9>0\\ m=-3\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=3\\ m=-3\end{array}\right.$

f) Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2-(2m+1)x+m^2-3}$ có 1 tiệm cận ngang là $y=0$.

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2-(2m+1)x+m^2-3}$ có đúng hai đường tiệm cận

$\Leftrightarrow$ Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2-(2m+1)x+m^2-3}$ có đúng 1 tiệm cận đứng

$\Leftrightarrow$ Phương trình $x^2-(2m+1)x+m^2-3=0$ có nghiệm kép hoặc phương trình $x^2-(2m+1)x+m^2-3=0$ có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm bằng 1.

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{c}\Delta=0\\ \begin{cases}\Delta>0\\ 1-(2m+1)+m^2-3=0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(2m+1)^2-4(m^2-3)=0\\ \begin{cases}(2m+1)^2-4(m^2-3)>0\\ m^2-2m-3=0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-\dfrac{13}{4}\\ m=3\\ m=-1\end{array}\right.$$

Bài tập 2: Xác định tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đồ thị hàm số cho bởi công thức sau:

a) $y=\dfrac{x-2}{x^2-mx+1}$ có hai tiệm cận đứng b) $y=\dfrac{2x^2-3x+m}{x-m}$ có tiệm cận xiên

Lời giải

a) Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình $g(x)=x^2-mx+1$ có hai nghiệm phân biệt khác $2 \Leftrightarrow \begin{cases} a=1\neq 0\\ \Delta=m^2-4>0\\ g(2)=2^2-2m+1\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l} m<-2\\ m>2\end{array}\right.\\ m\neq\dfrac{5}{2}\end{cases}$.

b) Đồ thị hàm số có đường tiệm xiên đứng khi và chỉ khi phương trình $g(x)=2x^2-3x+m=0$ không có nghiệm $x=m$ tức là $g(m)\neq 0 \Leftrightarrow 2m^2-2m\neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0\\ m\neq 1\end{cases}$