Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2+4x+m}$ có đúng hai đường tiệm cận.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=0$ nên đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang $y=0$.

Để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận thì đồ thị phải có đúng 1 tiệm cận đứng $\Leftrightarrow$ Phương trình $f(x)=x^2+4x+m=0$ có nghiệm kép hoặc có hai nghiệm phân biệt trong đó có 1 nghiệm $x=-1$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\Delta'=0\\ \begin{cases}\Delta'>0\\ f(-1)=0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}4-m=0\\ \begin{cases}4-m>0\\ 1-4+m=0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=4\\ m=3\end{array}\right.$.

Câu 2: Có bao nhiêu giá trị của m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx^2-1}{x^2-3x+2}$ có đúng 2 đường tiệm cận?

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{m-\frac{1}{x^2}}{1-\frac{3}{x}+\frac{2}{x^2}}=m\Rightarrow$ tiệm cận ngang $y=m$.

Để hàm số có đúng 2 đường tiệm cận thì hàm số có đúng 1 tiệm cận đứng.

Suy ra $mx^2-1=0$ có một nghiệm bằng 1 hoặc bằng 2.

Khi đó $\left[\begin{array}{l}m-1=0\\ 4m-1=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=1\\ m=\frac{1}{4}\end{array}\right.$.

Với $m=1\Rightarrow y=\dfrac{x^2-1}{x^2-3x+2}=\dfrac{x+1}{x-2}\Rightarrow \lim\limits_{x\to 2^+} y=+\infty\Rightarrow$ tiệm cận đứng $x=2$.

Với $m=\dfrac{1}{4}\Rightarrow y=\dfrac{\frac{1}{4}x^2-1}{x^2-3x+2}=\dfrac{x+2}{4(x-1)}\Rightarrow \lim\limits_{x\to 1^+} y=+\infty\Rightarrow$ tiệm cận đứng $x=1$.

Vậy có 2 giá trị m thỏa bài.

Câu 3: Cho hàm số $y=\dfrac{(2m+1)x^2+3}{\sqrt{x^4+1}}$, m là tham số. Tìm giá trị của m để đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;-3)$.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty} y=2m+1\Rightarrow d: y=2m+1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Do $A(1;-3)\in d\Leftrightarrow 2m+1=-3\Leftrightarrow m=-2$.

Câu 4: Cho hàm số $y=\dfrac{2mx+m}{x-1}$. Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số cùng với hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 8.

Lời giải

Điều kiện để đồ thị hàm số có tiệm cận là $-2m-m\neq 0\Leftrightarrow m\neq 0$.

Khi đó, đồ thị hàm số có:

Tiệm cận đứng: $x=1$, song song với Oy và cắt Ox tại điểm $A(1;0)$.

Tệm cận ngang: $y=2m$, song song với Ox và cắt Oy tại điểm $B(2m;0)$.

Diện tích hình chữ nhật tạo bởi hai đường tiệm cận cùng với hai trục tọa độ là

$S=OA.OB=1.|2m|=8\Rightarrow m=\pm4$.

Câu 5: Biết đồ thị hàm số $y=\dfrac{(2m-n)x^2+mx+1}{x^2+mx+n-6}$ (m, n là tham số) nhận trục hoành và trục trung làm hai đường tiệm cận. Tính $m+n$.

Lời giải

Theo giả thiết ta có $\begin{cases}2m-n=0\\ n-6=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=3\\ n=6\end{cases}$. Vậy $m+n=9$.

Câu 6: Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2+2mx+3m+4}$ có đúng một đường tiệm cận đứng là

Lời giải

Để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2+2mx+3m+4}$ có đúng một đường tiệm cận đứng thì phương trình $x^2+2mx+3m+4=0$ có duy nhất một nghiệm hoặc phương trình $x^2+2mx+3m+4=0$ có hai nghiệm phân biệt, trong đó có một nghiệm $x=-1$ và một nghiệm x khác -1.

Trường hợp 1: Phương trình $x^2+2mx+3m+4=0$ có duy nhất một nghiệm

Suy ra $\Delta'=0\Leftrightarrow m^2-3m-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-1\\ m=4\end{array}\right.$.

Trường hợp 2: Phương trình có một nghiệm bằng -1, một nghiệm khác -1.

Khi đó ta có: $(-1)^2+2.(-1)m+3m+4=0\Leftrightarrow m=-5$.

Thử lại thấy với $m=-5$ phương trình có 2 nghiệm phân biệt thỏa mãn điều kiện.

Vậy $m\in\{-5;-1;4\}$ nên có ba giá trị.

Câu 7: Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-2mx-m-2}$. Biết với $m=\dfrac{a}{b}(a,b\in\mathbb{N},\dfrac{a}{b}$ tối giản) thì đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận. Tính $a+b$

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x-2}{x^2-2mx-m-2}=0\Rightarrow y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận khi và chỉ khi đồ thị hàm số có đúng 1 đường tiệm cận đứng $\Leftrightarrow x^2-2mx-m-2=0\,(1)$ có nghiệm kép hoặc có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm bằng 2.

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\Delta=0\\ \begin{cases}\Delta>0\\ f(2)=0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}4m^2+4m+8=0\\ \begin{cases}4m^2+4m+8>0\\ 2^2-2m.2-m-2=0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}vn\\ m=\dfrac{2}{5}\end{array}\right.\Leftrightarrow m=\dfrac{2}{5}.$$

Vậy $a=2,b=5\Rightarrow a+b=7$.

Câu 8: Cho hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x^2-5x+4}{x^3-bx^2-a^2x+a^2b}$ có đồ thị $\left(C\right)$, với a và b là hai tham số nguyên. Hỏi có tất cả bao nhiêu bộ số $\left(a;b\right)$ để có đúng hai đường tiệm cận (nếu chỉ xét tiệm cận đứng và tiệm cận ngang)?

Lời giải

Ta có: $f\left(x\right)=\dfrac{x^2-5x+4}{x^3-bx^2-a^2x+a^2b}=\dfrac{\left(x-1\right)\left(x-4\right)}{\left(x-a\right)\left(x+a\right)\left(x-b\right)}$, ĐKXĐ: $\begin{cases} x\neq \pm a \\ x\neq b \end{cases}$.

Đồ thị $\left(C\right)$ của hàm số $f\left(x\right)$ luôn có một đường tiệm cận ngang nên để đồ thị $\left(C\right)$ của hàm số $f\left(x\right)$ luôn có hai tiệm cận thì đồ thị $\left(C\right)$ phải có đúng một tiệm cận đứng.

Trường hợp 1: Phương trình $\left(x-a\right)\left(x+a\right)\left(x-b\right)=0$ có nghiệm $x=1$ và $x=4$, ta có các bộ $\left(a;b\right)$ thỏa mãn là $\left(1;4\right)$, $\left(-1;4\right)$, $\left(4;1\right)$ và $\left(-4;1\right)$.

Trường hợp 2: Phương trình có nghiệm đơn $x=-a=1$ và nghiệm kép $x=a=b$ ta có bộ $\left(a;b\right)$ thỏa mãn là $\left(-1;-1\right)$.

Trường hợp 3: Phương trình có nghiệm đơn $x=-a=4$ và nghiệm kép $x=a=b$ ta có bộ $\left(a;b\right)$ thỏa mãn là $\left(-4;-4\right)$.

Trường hợp 4: Phương trình có nghiệm bội ba hay $a=b=0$ ta có bộ $\left(a;b\right)$ thỏa mãn là $\left(0;0\right)$

Vậy có tất cả 7 cặp $\left(a;b\right)$ thỏa mãn.